Chapitre 2

Conversions et numérations

Cours préparé par : Ing. Moustapha Ahmat Khalid

blog : moustapha.webtchad.com

Chapitre 2 : Conversions et numérations

Introduction

On désigne par numération les techniques des représentations des nombres. En effet, elle permet de représenter un nombre par juxtaposition ordonnée des symboles pris dans un ensemble.

I. Conversion et changement de base

Les conversions de nombre interviennent pour passer d'un système de numération vers un autre. Par exemple pour passer du décimal au binaire.

Les différentes bases de numération que nous étudierons dans ce chapitre sont : la base décimale (base 10), la base binaire (base 2), la base octale (base 8) et la base hexadécimale (base 16).

Généralement, les notations des bases sont faites à l'indice.

Exemple : $(A2CB)_{16}$ $(1425)_{8}$ $(1895)_{10}$ $(010010)_{2}$

Remarques: d'une manière générale, toute base N est composée de N chiffre de 0 à N-1.

II. La base décimale

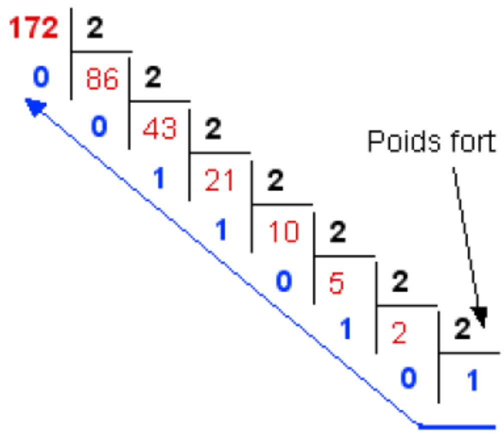
Les nombres que nous utilisons habituellement sont ceux de la base 10 (système décimal). Nous disposons de dix chiffres différents de 0 à 9 pour écrire tous les nombres. Ainsi, les nombres décimaux sont obtenus par juxtaposition de ces chiffres.

Exemple : 2015 ; 19 ; 7 ; 0 ; 3 ; 1878

2.1. Passage au binaire

Pour convertir un nombre décimal en binaire, il suffit de faire une division successive par 2 jusqu'à obtenir un quotient inférieur à 2. Le résultat sera le dernier quotient suivi des restes dans l'ordre inverse de leurs apparitions.

Exemple :



2.2. Passage à l'octale

Pour convertir un nombre décimal en octal, il suffit de faire une division successive par 8 jusqu'à obtenir un quotient inférieur à 8. Le résultat sera le dernier quotient suivi des restes dans l'ordre inverse de leurs apparitions.

Exemple : $(17)_{10} = (21)_8$

$(50)_{10} = (62)_8$

2.3. Passage à l'hexadécimal

Pour convertir un nombre décimal en hexadécimal, il suffit de faire une division successive par 16 jusqu'à obtenir un quotient inférieur à 16. Le résultat sera le dernier quotient suivi des restes dans l'ordre inverse de leurs apparitions. Les nombres à deux chiffres sont remplacés par leurs correspondances en hexadécimal : 10= A;11=B ; 12=C ; 13=D ; 14= E; 15=F.

Exemple : $(120)_{10} = (???)_{16}$

$(17)_{10} = (???)_{16}$

III. La base binaire

Dans les domaines de l'automatisme, de l'électronique et de l'informatique, nous utilisons la base 2. Tous les nombres s'écrivent avec deux chiffres uniquement (0 et 1). De même que nous utilisons le système décimal parce que nous avons commencé à compter avec nos dix doigts, nous utilisons le binaire car les systèmes technologiques ont souvent deux états stables.

- Un interrupteur est ouvert ou fermé
- Une diode est allumée ou éteinte
- Une tension est présente ou absente
- Une surface est réfléchissante ou pas (CD)

- Un champ magnétique est orienté Nord-Sud ou Sud-Nord (disque dur)

A chaque état du système technologique, on associe un état logique binaire.

La présence d'une tension sera par exemple notée 1 et l'absence 0.

Le chiffre binaire que peut prendre ces deux états est nommé "Bit" (Binary digit)

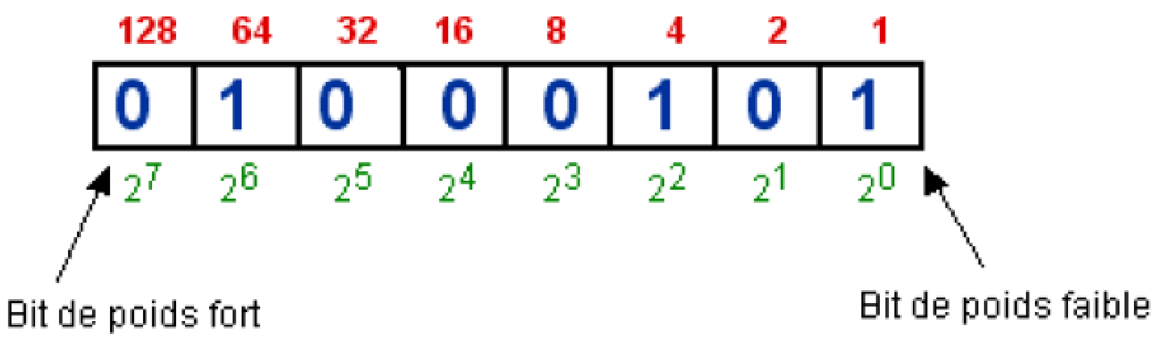
- Avec un bit nous pouvons coder deux états : 0, 1
- Avec deux bits nous pouvons coder quatre états : 00, 01, 10, 11
- Avec trois bits nous pouvons coder huit états : 000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111
- Avec N bits, on peut coder 2^N états

3.1. Passage au décimal

Soit à convertir la chaine binaire suivante composé de n bits (avec n un entier naturel) : $b_0b_1b_2 \ldots b_{n-1}$

$b_0b_1b_2 \ldots b_{n-1} = 2^{n-1} * b_0 + 2^{n-2} * b_1 + \ldots + 2^0 b_{n-1}$

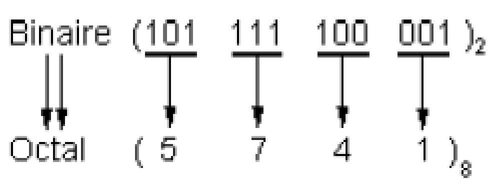
Exemple : $(11)_2$; $(01000101)_2$



3.2. Passage à l'octal

Pour convertir un nombre binaire en octal, on le divise par bloc de trois bits en commençant par le bit de poids faible (bit de droite) et on converti chaque bloc en octal.

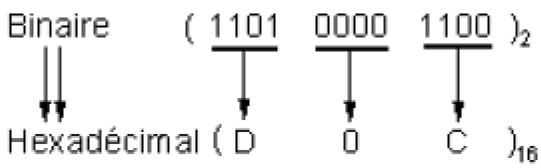
Exemple : 101111100001



3.3. Passage à l'hexadécimal

Pour convertir un nombre binaire en hexadécimal, on le divise par bloc de quatre bits en commençant par le bit de poids faible (bit de droite) et on converti chaque bloc en hexadécimal.

Exemple : 110100001100



3.4. Complément à 1

Le complément à 1 est un nombre qui existe dans toutes les bases, mais en binaire il est très facile à trouver : il suffit de changer les 1 en 0 et les 0 en 1.

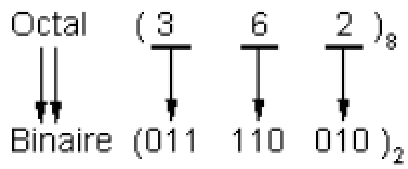
Nombre (B)	Complément ($\overline{B}$)
0	1
1	0
1100	0011

IV. La base octale

La base octale est composée de 8 chiffres allant de 0 à 7.

Exemple :135 ;357 ;

4.1. Passage au binaire



4.2. Passage au décimal

Pour convertir un nombre octal en un nombre décimal, il suffit d'appliquer la formule suivante :

$O_0\ O_1\ O_2 \ldots\ O_{n-1} = 8^{n-1} * O_0 + 8^{n-2} * O_1 + \ldots + 8^0 * O_{n-1}$

Exemple : $(302)_8 = (194)_{10}$

4.3. Passage à l'hexadécimal

Pour convertir un nombre octal en un nombre hexadécimal, on utilise toujours un passage intermédiaire. Soit on passe au binaire puis à l'hexadécimal soit au décimal puis à l'hexadécimal.

Exemple

$(302)_{10} = (011000010)_2 = (C2)_{16}$

V. La base hexadécimale

Le système hexadécimal travaille en base 16. Il faudra 16 caractères différents pour représenter chacune des 16 valeurs. Ces caractères sont 0, 1, 2 etc. jusqu'à 9 ainsi que A, B, C, D, E et F

Par conséquent, le changement de rang se fait donc à F. Ainsi E+1 = F ; F+1 = 10 et F+B = 1A (décoller de F+1 pour expliquer).

5.1. Passage au décimal

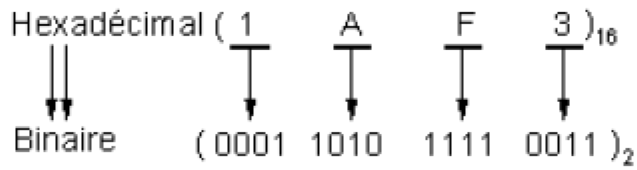
Pour convertir un nombre hexadécimal en un nombre décimal, il suffit d'appliquer la formule suivante :

$E_0\ E_1\ E_2 \ldots\ E_{n-1} = 16^{n-1} * E_0 + 16^{n-2} * E_1 + \ldots + 16^0 * E_{n-1}$

$$A3F_{(16)} = (A \times 16^2) + (3 \times 16^1) + (F \times 16^0)$$
$$A3F_{(16)} = (10 \times 256) + (3 \times 16) + (15 \times 1)$$
$$A3F_{(16)} = 2560 + 48 + 15 = 2623_{(10)}$$

5.2. Passage au binaire

Pour convertir un nombre hexadécimal et binaire, il suffit de prendre chaque rang que l'on convertit individuellement en binaire.



5.1. Passage à l'octal

Pour convertir un nombre hexadécimal en un nombre octal, on utilise toujours un passage intermédiaire. Soit on passe au binaire puis à l'octal soit au décimal puis à l'octal.

Généralisation à toutes les bases

Notons simplement que si l'hexadécimal utilise les chiffres de 0 à 9 et les lettres de A à F, les base plus grandes utilisent la même chose : ainsi la base 18 utilise les caractères 0123456789ABCDEFGH.

Au-delà de 36 (on serait à Z), il faudrait utiliser autre chose, par exemple des lettres grecques (α, β, γ, δ, ε…), russes, etc.

Rappelons aussi qu'il est parfaitement inutile d'apprendre à convertir dans toutes les bases.

Seules les bases 10 (décimal), 16 (hexadécimal), 2 (binaire) et 8 (octal) sont utilisées (notamment en informatique).